



APLICACIÓN DE SISTEMAS DINÁMICOS NO LINEALES A MODELOS DE LA TRANSMISIÓN SEXUAL DE VIH(SIDA) EN LA POBLACIÓN HETEROSEXUAL ACTIVA DE LA CIUDAD DE PUERTO MALDONADO

APPLICATION OF NON –LINEAR DYNAMIC SYSTEMS TO MODELS OF THE SEXUAL TRANSMISSION OF HIV(AIDS) IN THE ACTIVE HETEROSEXUAL POPULATION OF THE CITY PUERTO MALDONADO

Víctor Ríos-Falcón¹, Richar-Marlón Mollinedo-Chura¹, Eulogio Montalvo-Espinoza¹,
Alan Bustinza-Cutisaca¹ y Epifanio Puma-Huañec²

Historia del Artículo:

Recibido: 28 de enero de 2018
Aceptado: 20 de marzo de 2018

¹ Universidad Nacional Amazónica de Madre de Dios, Facultad de Ingeniería. Departamento Académico de Ciencias Básicas, Puerto Maldonado, Madre de Dios, Perú.

vicrif_2384@hotmail.com
richar.mollinedo@gmail.com
eulogiomontalvo@yahoo.es
albucus@hotmail.com

² Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, Facultad de Ciencias. Departamento Académico de Matemáticas y Estadística, Cusco, Perú.

puma.e@pucp.pe

<https://doi.org/10.56636/ceprosimad.v6i1.61>

RESUMEN

Los modelos matemáticos epidemiológicos, juegan un rol importante para análisis del comportamiento cualitativo de la dinámica de transmisión sexual VIH (SIDA) para población heterosexual activa, pacientes que acuden al programa TARGA del Hospital Santa Rosa ciudad de Puerto Maldonado, el trabajo es tipo básica, no experimental, nivel descriptivo y se aplicó enfoque cualitativo-cuantitativo, inductivo-deductivo, demostrativo aplicando el teorema de Hartman –Grobman y concluye: El modelo SIRS endémico incluye parámetros de pérdida de efectividad y la pérdida a inmunidad por abandono al tratamiento, resultando más real y dinámico, que modelo SIR. Los autovalores de la matriz linealizada tienen parte real no nulo en puntos de singularidad hiperbólica estable, inestable o silla, esto garantiza la existencia y unicidad de solución del problema de valor inicial, los diagramas de fase son invariantes cuando son contraídas o expandidas y son localmente topológicamente conjugadas, la solución cualitativa de modelos SIR y SIRS para la demografía de varones y mujeres, permite afirmar población susceptibles decrece entonces crece la población de infectados y si la población de infectados decrece entonces la población de removidos aumenta. La edad promedio de adquirir SIDA es 31 años, esto implica, que el contagio fue antes de 21 años de ambos géneros aproximadamente, es más, el primer caso del VIH, se localizó en el Distrito de Laberinto de la

provincia de Tambopata en el año 1993. El empleo de modelos matemáticos ha crecido significativamente en últimas décadas y ayudan a establecer medidas eficaces de control y erradicación de la enfermedad infecciosa.

PALABRAS CLAVE: Sistemas Autónomos, Modelos Matemáticos Epidemiológicos, Población de Susceptibles, Infectados y Removidos, VIH(SIDA).

ABSTRACT

Epidemiological mathematical models play an important role for analysis of the qualitative behavior of the sexual transmission dynamics of HIV (AIDS) for active heterosexual population, patients who attend the HAART program of Santa Rosa Hospital, Puerto Maldonado, work is basic, non-experimental, descriptive level and qualitative-quantitative, inductive-deductive, demonstrative approach applied applying the Hartman -Grobman theorem and concludes: The endemic SIRS model includes parameters of loss of effectiveness and loss to immunity due to abandonment of treatment, resulting more real and dynamic, than SIR model. The eigenvalues of the linearized matrix have a nonzero real part in points of stable, unstable hyperbolic singularity or chairs, this guarantees the existence and uniqueness of the solution of the initial value problem, the phase diagrams are invariant when they are contracted or expanded and are locally topologically conjugated, the qualitative solution of SIR and SIRS models, for the demography of males and females allow us to affirm susceptible population decreases then the population of infected grows and if the population of infected decreases then the population of removed increases. The average age of acquiring AIDS is 31 years, this implies, that the infection was before 21 years of both genders approximately, it is more, the first case of HIV, was located in the Labyrinth District of the province of Tambopata in the year 1993. The use of mathematical models has grown significantly in recent decades and help to establish effective measures for the control and eradication of infectious disease.

KEYWORDS: Autonomous Systems, Epidemiological Mathematical Models, Susceptible Population, Infected and Removed and HIV (AIDS).

INTRODUCCIÓN

Históricamente las enfermedades infecciosas han constituido un problema grave para la salud humana, sociedad, gobiernos de turno, en especial para estratos sociales más pobres de la región del Perú, ocasionando presupuesto económico para adquisición de medicamentos antirretrovirales para pacientes infectados y son suministrados a través de instituciones de salud pública; el objetivo central del trabajo es: “Aplicar sistemas autónomos no lineales a modelos matemáticos epidemiológicos para la dinámica de transmisión sexual de VIH(SIDA) en la población heterosexual activa ciudad de Puerto Maldonado”, la

hipótesis central y secundarias (Ríos, 2017). Los modelos matemáticos epidemiológicos se expresan mediante sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales y juegan un rol importante para el análisis del comportamiento cualitativo de la dinámica de transmisión sexual de VIH(SIDA) para población heterosexual activa, clasificada en susceptibles, infectados y removidos(SIR) clásico y endémico, además de población susceptibles, infectados, removidos y susceptibles(SIRS) endémico (Pederson, 2015).

Describen una situación real viviente en el tiempo y espacio; la evolución, propagación, prevención, control y tratamiento de la

enfermedad infectocontagiosa, parámetros epidemiológicos juegan un rol importante para construir modelos matemáticos epidemiológicos, esto implica situarse ante contenidos temáticos bien definidos de sistemas autónomos no lineales (Benaciz, 2007) y (Perko, 2001).

A partir de los fundamentos teóricos de sistemas autónomos no lineales definidas como problema de valor inicial, el teorema de Hartman –Grobman permite linealizar modelos matemáticos epidemiológicos no lineales a modelos matemáticos epidemiológicos lineales en puntos críticos hiperbólicos, cuyas diagramas de fase son invariantes cuando son contraídas o expandidas en puntos críticos hiperbólicos, es decir, las curvas integrales son localmente topológicamente conjugadas y conservan la orientación (Abell & Braselton, 1993) y (Morales, 2005) y estos constituyen puntos estables, inestables o puntos silla dependiendo de los signos de autovalores de la matriz linealizada asociados al campo vectorial que represente fenómeno epidemiológico del virus de inmunodeficiencia humana (VIH) y síndrome de inmunodeficiencia adquirida (SIDA).

El virus de inmunodeficiencia humana (VIH) se caracteriza por debilitar gravemente el sistema inmunológico de personas que padecen esta enfermedad hasta provocar una inmunodeficiencia, estos casos se transmiten por transfusión de sangre, semen, secreciones vaginales, leche materna de madre a hijo (Lamotte, 2014).

La vía de transmisión es el coito sin protección entre parejas heterosexuales activas, el síndrome de inmunodeficiencia adquirida (SIDA) es la enfermedad resultante de una lentivirus que destruye las defensas inmunológicas de las personas, debido a las infecciones causada por virus de inmunodeficiencia humana (VIH) y

corresponde a la última etapa de las personas infectadas, no posee cura, existen medicamentos químicos que pueden retardar la etapa asintomática de la enfermedad y alargar significativamente la vida cuando presenta etapa del SIDA, el profesional médico realiza análisis integral al paciente la evaluación clínica y medición de células CD4 (Pérez, Vásquez, Wolff, & Afani, 2010).

El periodo de incubación del síndrome de inmunodeficiencia adquirida varía en cada persona, pero es sabido que el 10% de los infectados con el virus presentan indicios en los primeros 5 años después de ser contagiado, pero el 90% de infectados por la enfermedad contagiosa en un periodo entre 10 a 15 años después de ser infectado (Yang, 2002).

En la actualidad hay programa a nivel nacional implementado por el estado peruano llamada tratamiento con antirretroviral de gran actividad (TARGA) en cocteles de la combinación química se conoce como la terapia de antirretroviral para fortalecer el sistema inmunológico, el presente trabajo solo considera población heterosexual y no población homosexual ni bisexual.

Sistemas autónomos no lineales

Kermack & Mckendrick, (1927), formalizan la dinámica de propagación de epidemias de virus o bacterias para lograr modelación matemática y emplean ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales de primer orden, cuyas funciones componentes reales son diferenciables en todo su dominio abierto, dependen de variable de estado y no de la variable tiempo explícitamente solo implícitamente, cuyas soluciones cualitativas conservan las propiedades topológicas conjugadas, teorema de Hartman –Grobman y la matriz Jacobiana del campo vectorial en puntos hiperbólicos (Chapra, 2012).

Definición

Sea $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ conjunto abierto contenido en espacio de fase n-dimensional y dado un sistema autónomo no lineal asociada al campo vectorial $F: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ de clase $C^1(\Omega)$ tal

que $x' = F(X) = (f_1(X), f_2(X), \dots, f_n(X)), \forall X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \Omega$

, bajo ciertas condiciones tiene una única solución en el intervalo maximal $I \subset \mathbb{R}_0^+$, la función $\varphi: I \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\varphi(t, X) = \varphi_X(t)$ llamada flujo vectorial diferenciable y satisface $\varphi'(t, X) = F(\varphi(t, X))$, esto es:

$$\varphi_p(t) = e^{tA} p + \int_0^t e^{(t-s)A} r_0(\varphi_p(s)) ds \quad \forall t \in I(p) \subset I, p = X_0 \in \Omega$$

(Benaciz, 2007), (Perko, 2001), (Sotomayor, 1979).

VIH (SIDA)

El virus de inmunodeficiencia humana (VIH), causal de la enfermedad infectocontagiosa síndrome de inmunodeficiencia adquirida (SIDA). “El VIH ataca y destruye las células CD4 del sistema inmunitario que combaten las infecciones, la pérdida de células CD4 dificulta la lucha del cuerpo contra las infecciones y ciertas clases de cáncer y es un problema de salud pública”, crea focos de infección en personas adultas, infantes de todas las edades, sin importar prácticas sexuales, estratos sociales, es un padecimiento estigmatizado debido a que sus primeras manifestaciones se registraron en hombres con prácticas homosexuales, no obstante, la infección tanto en hombres como en mujeres que dicen mantener prácticas exclusivamente heterosexuales ha ido en ascenso en los últimos años (Robles, 2005).

Importancia de los modelos matemáticos epidemiológicos

Los modelos matemáticos son herramientas utilizadas en la actualidad para describir, predecir la dinámica de transmisión de

enfermedades infectocontagiosas en población heterosexual y se consideran algunos modelos SIR, SIRS clásicos o endémicos, cuya importancia expresa situación real, viviente de evolución e incluye una discusión formal que desempeña y ayuda a comprender la propagación de la epidemia y planificar políticas de prevención, control y tratamiento (Kermack & Mckendrick, 2001); la relevancia de modelos implica:

- la construcción de modelos revela y describe las características básicas de epidemia.
- una vez construido el modelo matemático es posible extraer de él propiedades, características, soluciones analíticas, cualitativas, diagramas de fase en puntos críticos, gráficos de las relaciones entre las variables de población susceptible, infectado y removido.
- las enfermedades infecciosas son reales y viviente, problema para la salud humana, experimentar resulta complejo y costoso, incluso imposible.
- los modelos matemáticos se utilizan como herramienta para tomar decisiones y que deben valorarse en su justa medida, en esencia, la función central de crear y mejorar la comprensión de sistema autónomo no lineal para prevenir futuras situaciones de enfermedades infectocontagiosas, determinar la prevalencia e incidencia y coadyuvar a tomar decisiones objetivas para controlar o erradicar la enfermedad.

Antecedentes de la investigación

Pliego, (2011). explica cómo construir modelos matemáticos epidemiológicos SIR, SIRS a través de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias el cual juega un rol importante para análisis del comportamiento

cualitativo de la dinámica de transmisión sexual de VIH-SIDA y concluye: Las enfermedades infecciosas tienen un gran impacto en la población humana causantes de muchas muertes, por ello el modelo matemática epidemiológico es una herramienta muy importante que estudia la dinámica de transmisión sexual, difusión y propagación de enfermedad infecciosa.

La construcción del modelo epidemiológico es algo complejo y de dividir a la población heterosexual activa en susceptibles, infectados y removidos, asintomáticos a la enfermedad. Conocer las variables y parámetros que lo constituye el modelo y ésta sea de gran utilidad para la detección, prevención, tratamiento, controlar la enfermedad.

[Montesinos & Hernandez , \(2007\)](#). Exponen la dinámica de transmisión de las enfermedades infecciosas y el diseño de medidas eficaces de control y concluyen. El empleo de modelos matemáticos se ha incrementado significativamente en los últimos años y son ayuda para establecer ideas concretas y abstractas medida eficaz de control y la erradicación de enfermedad infecciosa.

Los modelos son muy útiles porque capturan propiedades esenciales de la dispersión, concentración de la enfermedad cuyos parámetros epidemiológicos de variables de estudio permiten visualizar las tendencias de las curvas solución analítica, cualitativa de equilibrio y control a futuras situaciones patológicas.

[Pino, \(2013\)](#). Expone la dinámica de la enfermedad en poblaciones heterosexuales activas en el tiempo y concluye: Los modelos representados por sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales son estables

localmente y más aun globalmente consistente, para mostrar la curva solución cuyas tasas epidemiológicas establecen las condiciones necesarias para la estabilidad del modelo.

La estrategia de control permite disminuir los índices de contagio, esto es, cuanto más se emplee métodos de prevención de la enfermedad existe un medio de protección para las personas que no son susceptibles al contagio de VIH (SIDA), mientras el modelo sin control presenta un aumento de índices de contagio de población susceptible.

La tasa de ingreso de población heterosexual activa susceptibles, infectados y removidos esencia de modelo, es más, si las tasas de contagio son altas permite que la población infectada sea mayor que la población susceptible, y cuanto sea alta las tasas de mortalidad por la enfermedad, esto ayudaría a la estabilidad de la población susceptible y reduciría la población de infectados.

[Rivera, \(2015\)](#). Explica tratamiento con antirretrovirales en una muestra de 95 pacientes, tipo de investigación es cuasi experimental concluye: el 77% de casos notificados de SIDA son varones y el 23% son mujeres, esto implica, la edad promedio es 31 años de adquirir el VIH, entonces es posible que el 50% de los casos se hayan expuesto antes de cumplir los 21 años de edad, como consecuencia de contagio vía de transmisión sexual de hombres con hombres en 97% , mujeres transgénero 12.4% y madre a hijo 2%, es más, el tratamiento con antirretroviral de gran actividad a pacientes con VIH(SIDA) mediante el programa TARGA, si influye significativamente en la mejora de salud de pacientes prologándoles la vida de cierto modo, inmunes a esta enfermedad contagiosa.

Operacionalización de variables

Tabla 1

Operacionalización de Variables e Indicadores.

Variables	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores
Variable Independiente: Aplicación de sistemas autónomos no lineales.	Son sistema de EDOs de primer orden, cuyas funciones componentes reales algunas no lineales solo dependen de la variable de estado y no del tiempo explícitamente, solo implícitamente.	Sea $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ conjunto abierto y un sistema autónomo no lineal $x' = F(X)$ asociado al campo vectorial $F : \Omega \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ de clase $C^1(\Omega)$ cuya solución es: $\varphi(t, X), \forall X \in \Omega.$	1) Sistema autónomo lineal 2) Sistema autónomo no lineal 3) Teorema de Hartman-Grobman para linealización	Definiciones Demostraciones Teoremas Lemas y Proposiciones
Variable Dependiente Modelos matemáticos epidemiológicos de VIH(SIDA):	La construcción de modelos Matemáticos es una herramienta fundamental asociada a dinámica de transmisión de una enfermedad infectocontagiosa en una población, cuyas variables de estado se hallan en similares condiciones de resistir o concebir la enfermedad.	Sea $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$ conjunto abierto y campo vectorial $F : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ de clase $C^1(\Omega)$ cuyas componentes de estado $X = (S, I, R) \in \Omega$ de tipo clásico o endémico.	Solución Analítica y Solución cualitativa con software mathematica y software matlab para tipo SIR y SIRS	Dinámica de transmisión sexual de VIH(SIDA) de tipo SIR y SIRS S: número de susceptibles I: número de infectados R: número de removidos

Fuente: Elaboración propia.

MATERIALES Y MÉTODOS

Materiales Bibliográficos

Libros virtuales y físicos, revisión de historia clínica de pacientes, guías de clínicas. Medio virtual, manual y software matlab y mathematica, base nominal de pacientes de TARGA del Hospital Santa Rosa-DISA 1993-2017.

Procesamiento

Uso del programa SPSS para datos descriptivos, equipos de cómputo, contrastación de hipótesis por teorema Hartman Grobman, diagramas de fase, autovalores de matriz linealizada y solución del PVI uso del software mathematica y matlab.

Tabla 2

Área geográfica de estudio.

Región	Madre de Dios
Provincia	Tambopata
Distrito	Tambopata
Población	Heterosexual activa de 12 -72 años Varones: $S_0=800$; $I_0=454$; $R_0=93$ Mujeres: $S_0=763$; $I_0=195$; $R_0=60$
Muestra	Salud y cultura.
Área de investigación	

Fuente: elaboración propia.

Metodología de la investigación

Tipo y nivel de investigación

El presente trabajo de investigación, atendiendo a la fundamentación teórica y las variables objeto de estudio es de tipo básica, no experimental y nivel exploratoria descriptiva puesto que trata un estudio de datos numéricos y revisión documental que consiste en la observación cronológica de base nominal pacientes del Hospital Santo Rosa ciudad de Puerto Maldonado, a partir del diagnóstico, control y tratamiento (Hernández, Fernández, & Batista, 2014), estos resultados responden a la hipótesis causal en un determinado fragmento de la realidad de espacio y tiempo temporal, siendo una actividad intelectual destinada a obtener nuevos conocimientos científicos.

Diseño de la investigación

Atendiendo al tipo y nivel de investigación, el diseño es prospectivo, el cual nos permite analizar, describir el comportamiento cualitativo de la dinámica de transmisión sexual de VIH(SIDA) de modelos matemáticos epidemiológicos no lineales y lineales de tipo clásico o endémico para la población heterosexual activa en la ciudad de Puerto Maldonado, siendo el esquema:

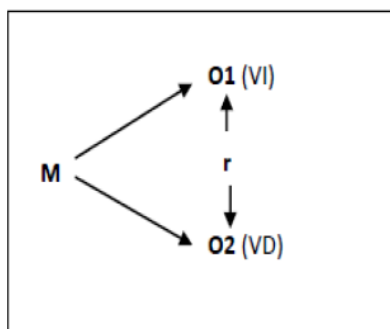


Figura 1

Esquema de diseño de investigación.

Fuente: Elaboración propia.

M: Es objeto de estudio de la población heterosexual activa en la ciudad de Puerto Maldonado (Muestra: susceptibles, infectados y removidos).

O1: Es profundización de la teoría de sistemas dinámicos autónomos no lineales,

teorema de Hartman -Grobman y el teorema de variedad estable (V.I).

O2: Modelos matemáticas epidemiológicos SIR y SIRS de transmisión sexual de VIH(SIDA) tipo clásico o endémico (V.D).

r: \leftrightarrow La solución integral cualitativa o analítica, diagrama de fases, puntos de equilibrio, solución estable o inestable de $x' = F(S, I, R)$.

Método de investigación

En base al tipo, nivel y diseño de investigación y las características de variables en estudio, se utilizó el enfoque cualitativo y cuantitativo para muestras de datos descriptivos, es decir, el método de la observación, inductivo-deductivo, síntesis-demostrativo, conceptos, teoremas y proposiciones que fortalecen la teoría de sistemas autónomos no lineales aplicadas a modelos matemáticos epidemiológicos SIR y SIRS según Grinnell 1997 y (Hernández, Fernández, & Batista, 2014), estos enfoques cualitativos describen la dinámica de transmisión sexual del VIH(SIDA) para la población heterosexual activa.

Técnicas e análisis de recolección de datos

Técnica:

La técnica de recolección de datos, consistió en el uso de historia clínica de cada paciente que padece VIH(SIDA), elaborada por profesional de salud responsable del programa de Terapia Antirretroviral de Gran Actividad Altamente Activa (TARGA), partiendo de consulta psicológica para sensibilizar y tomar conciencia a la población seropositiva, mediante la prueba de ensayo de inmunoabsorción ligado a enzimas(ELISA) y registrando sus datos personales, lugar de nacimiento, edad, sexo, esquema de tratamiento básico o fuerte, control, abandono, co-infección y fallecidos periodo 1993-2017 en Hospital Santa Rosa ciudad de Puerto Maldonado.

Análisis de base nominal de TARGA:

Técnica que permitió revisión documental de historia clínica de pacientes que acuden al programa TARGA y población de susceptibles, infectados y removidos que construyen modelos matemáticos epidemiológicos y cálculo de parámetros epidemiológicos para establecer modelos matemáticos tipo SIR,

analítica mediante software mathematica y matlab, uso de teoremas, proposiciones y definiciones que fortalecen el trabajo.

RESULTADOS**Análisis descriptivo**

SIRS y obtener la solución cualitativa y

Figura 2

Casos de infección de VIH según edad DISA.

Fuente: Elaboración propia.

En Figura 2, Se observa el número de casos de infección a la población de portadores del VIH distribuidas por edades de ambos géneros desde 1993 a 2016, total de 649 correspondiente al 30% de mujeres y 70% de varones a partir 10 años a 74 años a más de ambos géneros, mujeres más vulnerables al contagio es 20 a 24 años; varones son más vulnerables al contagio 25 a 29 años. Se concluye la edad promedio es 31 años de adquirir SIDA, esto implica que el 50% de los casos se hayan expuesto antes de cumplir los 21 años de edad de ambos géneros.

Finalmente, el primer caso de VIH, se dio en la ciudad de Laberinto de la ciudad de Puerto Maldonado el año de 1993. Total, de fallecidos con el SIDA son 210 pacientes hasta la actualidad, según reporte de la Dirección de Salud (DISA) de la ciudad de Puerto Maldonado.

Modelo matemático epidemiológico SIR endémico

Modelo matemático epidemiológico parte del supuesto con una población constante clasificada en susceptibles, infectados y removidos, la enfermedad permanece

periodo de tiempo largo, efectivamente el primer caso del VIH se dio en el Distrito de Laberinto de la ciudad de Puerto Maldonado el año 1993 han pasado más de dos décadas la existencia de enfermedad contagiosa, debido que el infectado se desplaza libremente de un lugar a otro y la llegada de otras personas contagiadas llamadas migrantes del Perú a la región de Madre de Dios, en busca de mejores oportunidades de trabajo o de turismo.

Se consideran parámetros epidemiológicos tasa de no susceptibles, pero constituyen futuro población de susceptibles, tasa de nacimiento y muerte natural anual μ , tasa de velocidad infección β , tasa removidos γ , presentamos el problema de valor inicial.

$$\begin{cases} S' = \sigma N - \beta S I - \mu S \\ I' = \beta S I - \mu I - \gamma I \\ R' = \gamma I - \mu R \end{cases}, X_0 = (S_0, I_0, R_0) \quad [1.1]$$

La ecuación [1.1] es sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden no

lineal definidas en variables de estado, asociada al campo vectorial $F: \Omega \subseteq \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ de clase $C^1(\Omega)$ tal que $F(X) = (\sigma N - \beta S I - \mu S, \beta S I - \mu I - \gamma I, \gamma I - \mu R)$, $\forall t \in \mathbb{R}_0^+$,

$$\left\{ \left(\frac{\sigma N}{\mu}, 0, 0 \right), \left(\frac{\gamma + \mu}{\beta}, 0, 0 \right), \left(\frac{\gamma + \mu}{\beta}, \frac{\sigma \beta N - \mu(\mu + \gamma)}{\beta(\mu + \gamma)}, \frac{\beta \sigma \gamma N - \mu \gamma(\gamma + \mu)}{\beta^2(\gamma + \mu)} \right) \right\}$$

llamado puntos críticos hiperbólicos de la función vectorial $F(X) = 0$, además verifica $N' = S' + I' + R' = (\sigma - \mu)N$, esto significa la población total está regulado por no susceptibles y disminuida por nacidos en un periodo de tiempo finito. La inclusión de las herramientas computacionales y el software matemática permite hallar puntos críticos del campo vectorial $F(X)$ y presentamos diagrama de fase para población de varones con condición inicial y parámetros epidemiológicos $\beta = 0,0045$, $\sigma = 0,01$, $\gamma = 0,031$, $\mu = 0,05$ anuales.

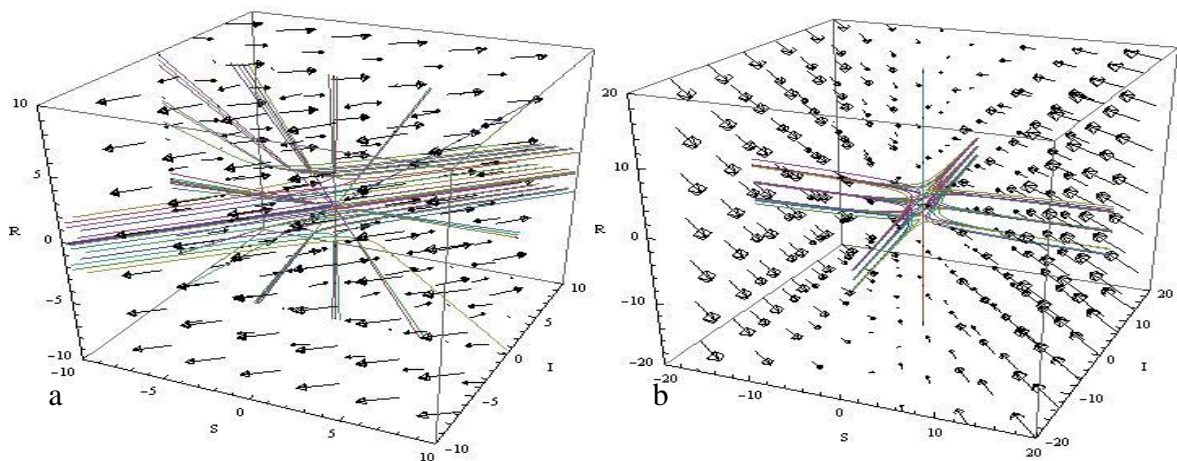


Figura 3

Diagrama de fase de S.A.L SIR endémico población de varones, a) Diagrama de fase en (1600,0,0) y b) Diagrama de fase en (180,877,543).

Fuente: Elaboración propia.

Parte (a) es punto de singularidad hiperbólica inestable y silla, cuyos autovalores de la matriz linealizada poseen raíces reales con signos opuestos y el diagrama de fase

presenta trayectorias hiperbólicas que se contraen, expanden del punto crítico al infinito y conservan las propiedades topológicas conjugadas. Parte (b) es punto de

singularidad hiperbólica estable y atractor, cuyos autovalores de la matriz linealizada posee valores reales negativos y el diagrama de fase presenta órbitas que entran al punto

crítico desde el infinito. Ahora presentamos la solución cualitativa del modelo matemático de transmisión de la enfermedad SIR endémico.

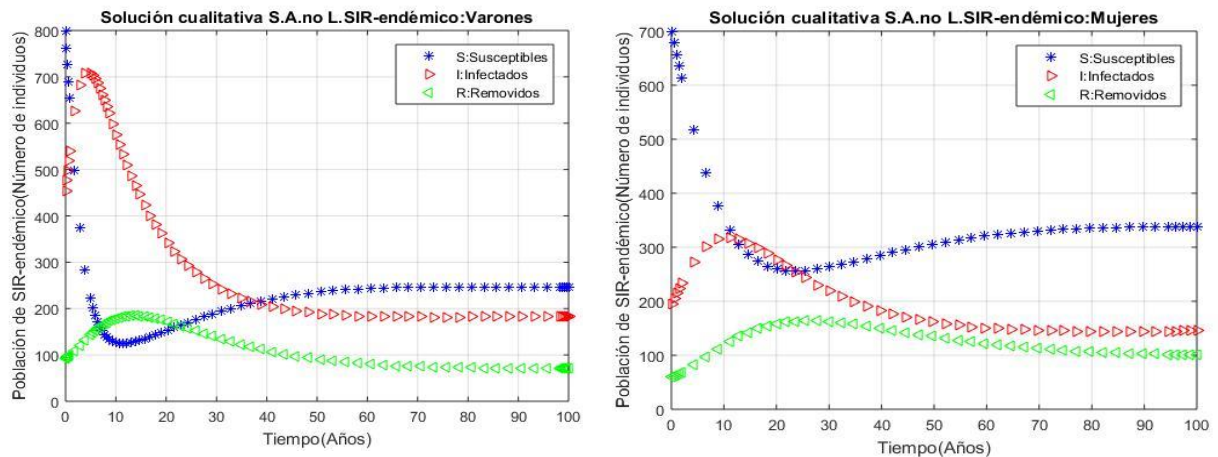


Figura 4

Solución cualitativa del sistema autónomo no lineal SIR-Endémico, población varones y mujeres, a) Solución cualitativa SIR-endémico - varones y b) solución cualitativa SIR-endémico - mujeres.

Fuente: Elaboración propia.

Para (a) y (b) por simulaciones computacionales y software matlab presento la solución cualitativa de la dinámica de transmisión sexual de VIH(SIDA) de la población heterosexual, cada año 8% a 10% ambos géneros no susceptibles entran a la actividad sexual activamente y los posibles candidatos a ser contagiados por infectados (as).

Caso de varones seropositivos es a partir de 15 a 29 años son más vulnerables al contagio por mujeres infectados con VIH y adquieren SIDA aproximadamente a los 31 años, mientras mujeres seropositivas son más vulnerables al contagio por varones con VIH a partir de 14 a 24 años y adquieren SIDA a los 28 años aproximadamente. La hipótesis central planteada se verifica, al construir el modelo matemático epidemiológico SIR endémico en las variables de estado y ayuda a prevenir, controlar y erradicar la enfermedad.

Modelo matemático epidemiológico SIR endémico con inclusión muerte por enfermedad VIH (SIDA)

Se añade parámetro epidemiológico de muerte por la enfermedad θ anual, para la dinámica de masas poblacionales susceptibles, infectadas, removidas del problema de valor inicial.

$$\begin{cases} S' = \sigma N - \beta SI - \mu S \\ I' = \beta SI - \mu I - \gamma I - \theta I \\ R' = \gamma I - \mu R - \theta R \\ N' = (\sigma - \mu)N - \theta I - \theta R \end{cases}, X_0 = (S_0, I_0, R_0) \quad [1.2]$$

La variación de población total está controlada por la porción de no susceptibles disminuida por la fracción de nacidos de población total y disminuida de fracción de muertos anual de VIH(SIDA) de población de infectados, removidos, co infectados.

Presentamos diagrama de fase de modelo matemático SIR endémico con inclusión del parámetro muerte por enfermedad en las tres variables de estado para la población de

mujeres infectadas por la enfermedad, esto es: $S_0=780$, $I_0=195$, $R_0=48$, $F_m=12$ condición inicial y parámetros

epidemiológicos $\beta = 0,0035$, $\sigma = 0,08$, $\gamma = 0,12$, $\mu = 0,05$ y parámetro por muerte por enfermedad $\theta = 0,012$ anuales.

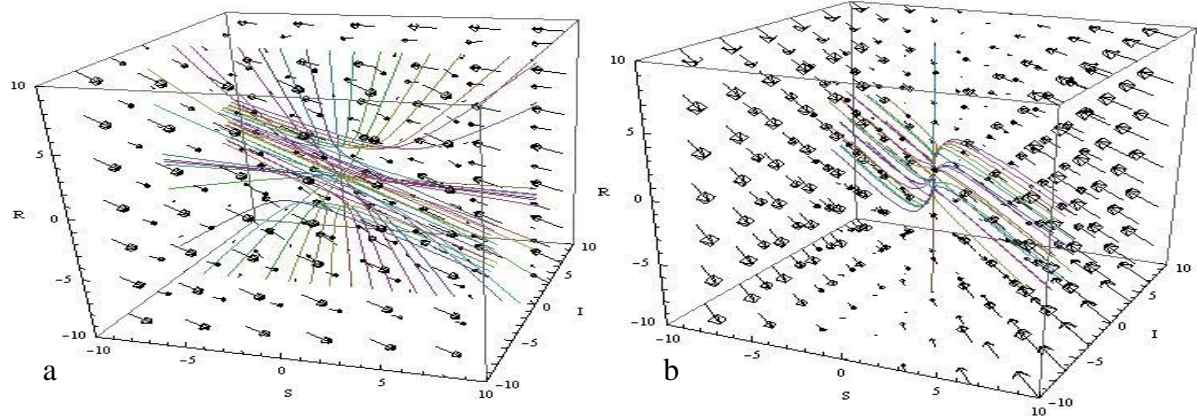


Figura 5

Diagrama de fase de S.A.L - SIR endémico, inclusión muerte por enfermedad, población mujeres, a) Diagrama de fase en (1520, 0, 0) y b) Diagrama de fase en (52, 403, 520).

Fuente: Elaboración propia.

Parte (a) es punto de singularidad hiperbólica estable y atractor, cuyos autovalores de la matriz linealizada poseen raíces reales negativas y el diagrama de fase presenta trayectorias hiperbólicas que se contraen al punto crítico del infinito y conservan las propiedades topológicas conjugadas. Parte (b) es punto de singularidad hiperbólica estable y atractor, cuyos autovalores de la matriz linealizada posee valores reales

negativas y el diagrama de fase presenta órbitas que entran al punto crítico desde el infinito.

Ahora presentamos la solución cualitativa de la dinámica de transmisión sexual de VIH (SIDA), SIR endémico con inclusión del parámetro muerte por enfermedad para población de mujeres y varones, del sistema autónomo no lineal [1.2] esto es:

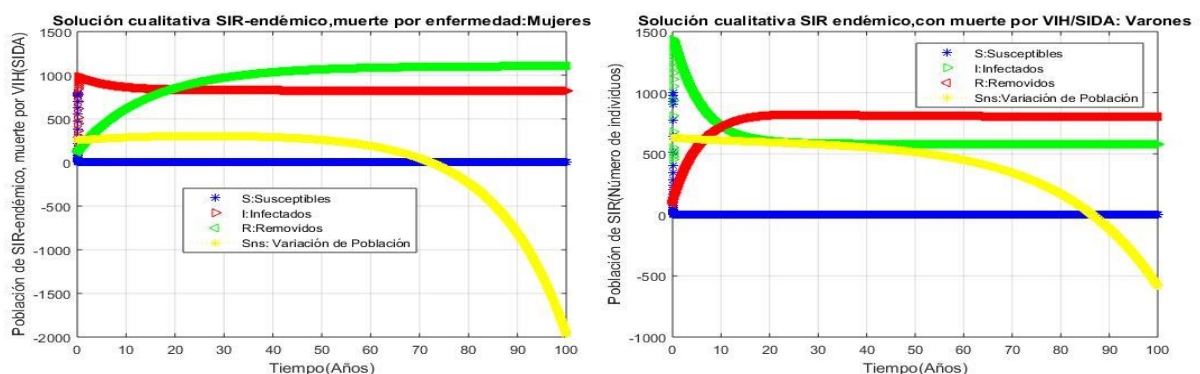


Figura 6

Solución cualitativa del sistema autónomo no lineal SIR endémico, inclusión muerte por VIH (SIDA) población mujeres y varones respectivamente.

Fuente: Elaboración propia.

De la figura 06, por simulaciones computacionales y software matlab presento la solución cualitativa de la dinámica de transmisión sexual de VIH(SIDA) de la población heterosexual activa, cada año 10% a 12% ambos géneros no susceptibles entran a la actividad sexual activamente y posibles candidatos a ser contagiados por infectados (as). La población de infectados crece de ambos géneros a partir de 12 años a más, población de removidas mujeres crece, pero varones disminuye posible abandono de tratamiento efectivo; efectivamente la variación de población total de mujeres decrece por muerte de la enfermedad a partir de 50 años, varones a partir de 40 años y está controlada por no susceptibles y nacidos de ambos géneros.

Modelo matemático epidemiológico SIRS endémico con inclusión muerte por enfermedad VIH (SIDA)

Modelo matemático SIRS inclusión muerte por enfermedad, comprende población de susceptibles, infectados, removidos y susceptibles, el individuo que recibe tratamiento adecuado del programa TARGA, puede de cierta forma recuperarse, mejorar su salud y desarrolla defensas en su sistema inmunológico células sanguíneas linfocitos CD4 que deteriora el virus VIH y al momento de abandonar o dejan el tratamiento pierden a ser inmunes a esta enfermedad contagiosa, generando coinfección o resistencia a medicamentos géneros y vuelve a infectar a

población susceptible, este modelo es más complejo su estudio y análisis del comportamiento cualitativo de la dinámica de transmisión sexual de parejas heterosexuales y presento el problema de valor inicial.

$$\begin{cases} S' = \sigma N - \beta S I - \mu S + \delta R \\ I' = \beta S I - \mu I - \gamma I - \theta I \\ R' = \gamma I - \mu R - \theta R - \delta R \\ N' = (\sigma - \mu)N - \theta I - \theta R \end{cases}, X_0 = (S_0, I_0, R_0) \quad [1.3]$$

El sistema [1.3] describe ley de acción de masas de la dinámica de transmisión sexual de VIH (SIDA), real, dinámica y compleja, está bien definida y resulta consistente, estable, puesto que cada una de funciones componentes real del campo vectorial son continuas y diferenciales localmente condición de Lipschitz en el dominio tridimensional; en virtud del teorema Hartman Grobman en punto de singularidad hiperbólica se transforma en sistema autónomo lineal, el cual nos permite hallar diagrama de fase en condición inicial y añadimos parámetro epidemiológico pérdida de inmunidad a la enfermedad por abandono al tratamiento $\delta = 0,06$, además $\beta = 0,0045$, $\sigma = 0,1$, $\gamma = 0,12$, $\mu = 0,05$ y $\theta = 0,022$ anuales, $S_0=1000$, $I_0=412$, $R_0=51$, $F_h=42$, $A_h=18$, población de varones.

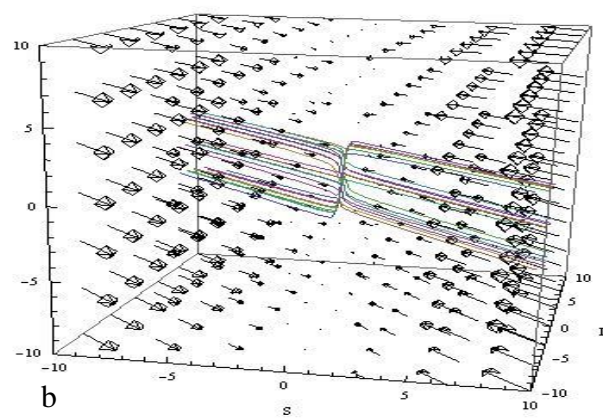
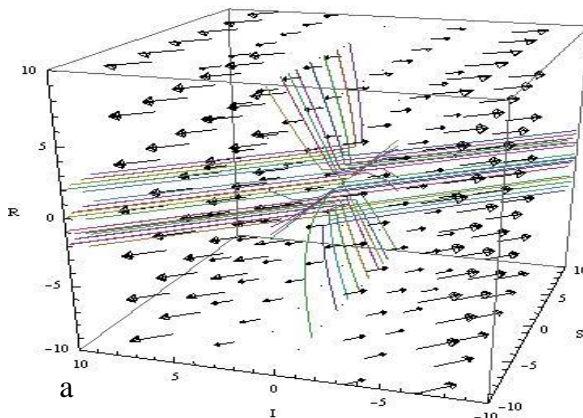


Figura 7

Diagrama de fase de S.A.L- SIRS endémico, inclusión muerte por enfermedad población de varones, a) Diagrama de fase en (2000,0,0) y b) Diagrama de fase en (43,712,647).

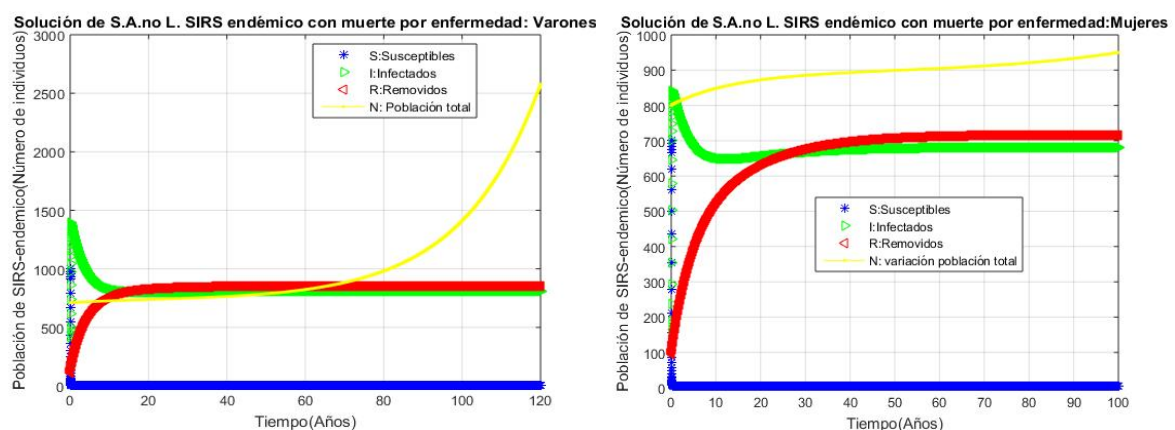
Fuente: Elaboración propia.

Parte (a) es punto de singularidad hiperbólica inestable y silla, cuyos autovalores de la matriz linealizada poseen raíces reales una positiva y dos negativas y el diagrama de fase presenta trayectorias hiperbólicas que se expanden del punto crítico al infinito y conservan las propiedades topológicas conjugadas. Parte (b) es punto de singularidad hiperbólica estable y atractor, cuyos autovalores de la matriz linealizada son valores reales negativos y el diagrama de fase presenta órbitas que entran al punto crítico desde el infinito, en virtud del teorema de transformación del homeomorfismo entre espacios de fase tridimensional conservan las propiedades topológicas conjugadas.

Ahora presentamos la solución cualitativa de la dinámica de transmisión sexual de VIH (SIDA), SIRS endémico con inclusión del parámetro muerte por enfermedad para población de varones y mujeres del sistema autónomo no lineal [1.3], esto es:

De la figura 9, por simulaciones computacionales la solución cualitativa para la dinámica de transmisión sexual de VIH(SIDA) la población heterosexual activa de ambos géneros cada año 10% a 12% no susceptibles entran a la actividad sexual activamente y posibles candidatos a ser contagiados por infectados (as).

La población de infectados crece a partir de 12 años a más, población de removidos mujeres crece y varones crecen y luego permanecen casi constante, esto implica, los pacientes con VIH, reciben tratamiento efectivo y oportuno; efectivamente la variación de población total de mujeres y varones aumentan en periodo de tiempo finito, al estar controlada por no susceptibles futuros susceptibles al contagio y nacidos de ambos géneros, disminuida de fracción de muertos por la enfermedad de infectados y removidos.

**Figura 8**

Solución cualitativa del sistema autónomo no lineal SIRS endémico, inclusión muerte por VIH (SIDA) población varones y mujeres.

DISCUSIONES

Los modelos matemáticos epidemiológicos SIR, SIRS clásico, endémico y muerte por

enfermedad describen la dinámica de transmisión sexual VIH (SIDA), de parejas heterosexuales activas, como sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales, están bien definidas, consistentes y estables con fundamento teórico de sistemas dinámicos autónomos no lineales, es más, ayudan a controlar y erradicar la enfermedad con tratamiento adecuado, con medicamentos químicos y programa TARGA.

Los parámetros epidemiológicos definen y caracterizan el problema de valor inicial SIR, SIRS asociados al campo vectorial tridimensional cuyas funciones componentes son continuas y diferenciables localmente condición lipschitz en un subconjunto de espacio de fase tridimensional, los puntos de singularidad hiperbólica y autovalores reales no nulas de la matriz linealizada en virtud del teorema de Hartman-Grobman, son atractor, punto silla, diagramas de fase se contraen o expanden conservando las propiedades topológicas conjugadas, por otra parte, la evolución, propagación, prevención y control de la enfermedad asocian a situaciones transversales antropológicas, sociales, psicológicas que ayudan una mejor concepción de problemas de salud que afectan a la sociedad, humanidad e investigar modelos matemáticos más complejos para otras enfermedades bacterias o virus.

Efectivamente el programa TARGA implementado por el estado peruano, en instituciones de salud pública población de infectados y removidos reciben tratamiento de antirretroviral de gran actividad para fortalecer las células sanguíneas del sistema inmunológico por encima de 200 células de CD4 por milímetro cúbico para personas con VIH (SIDA) si influye en la mejora de salud de vida de cierto modo inmunes a esta enfermedad, pero, las autoridades de turno no se preocupan de manera responsable, a pesar de la existencia de la norma técnica de salud para la prevención y control por la infección

del VIH en pueblos indígenas amazónicas e intercultural, Ministerio de Salud-Perú-2016.

CONCLUSIONES

PRIMERA: El planteamiento de la dinámica de transmisión sexual de VIH(SIDA) para la población heterosexual activa, radica su relevancia en la que representa una situación real viviente, compleja, expresada como sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales y los parámetros epidemiológicos juegan un rol importante en la construcción precisando las características y propiedades del modelo matemático epidemiológico SIR, SIRS clásico o endémico, resultando consistente y estable con fundamento teórico de sistemas autónomos no lineales.

SEGUNDA Modelos matemáticos epidemiológicos SIR, SIRS no lineales asociadas al campo vectorial tridimensional cuyas funciones componentes son continuas y diferenciables en vecindades de puntos de singularidad hiperbólica del campo vectorial y en virtud del teorema Hartman Grobman la aplicación del homeomorfismo entre espacios de fase tridimensionales determinamos problema de valor inicial lineal en puntos críticos hiperbólicos y los autovalores con parte real no nula de la matriz linealizada, estableciendo solución analítica y cualitativa estables o inestables, diagramas de fase.

TERCERA La solución cualitativa de modelos matemáticos epidemiológicos SIR, SIRS para la demografía de varones y mujeres son similares curvas integrales diferenciables en puntos equilibrio hiperbólicos resultan estables o inestables, cuyos los autovalores de la matriz linealizada la parte real son reales positivas, negativas y distinto de cero; algunos tienen valor cero, esto significa los puntos de equilibrio no son hiperbólicos, es punto degenerado, los diagramas de fase en puntos de singularidad hiperbólica son trayectorias

que se contraen o expanden del infinito o al infinito conservando las propiedades topológicas equivalentes.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco (UNSAAC) en especial al coordinador Mención Matemáticas por hacer posible de capacitar y formar profesionales con alto nivel académico en el área de matemática y a mis docentes quienes me transmitieron su sabiduría y la experiencia docente en el quehacer de la vida académica. A la Universidad Nacional Amazónica de Madre de Dios (UNAMAD), por haberme aceptado ser parte de ella, y permitirme concluir mis estudios de Maestría en Ciencias Escuela de Pos Grado de la UNSAAC, y por haberme otorgado Licencia con Goce de Haber por Capacitación de estudios de maestría en Matemáticas.

Agradezco al Director del Hospital Santa Rosa y a la Directora de la Dirección de Salud (DISA) ciudad de Puerto Maldonado por facilitarme base de datos documental de población que padece enfermedad VIH/SIDA y a pacientes que acuden al programa TARGA para recibir tratamiento adecuado y oportuno, estos permitieron hacer trabajo de campo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abell, M. L., & Braselton, J. P. (1993). *Differential Equations With Mathematica*. EE.UU of America: Springer Verlag.
- Benaciz, R. M. (2007). *Tópicos de ecuaciones diferenciales ordinarias*. Primera Edición. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima Perú.: Grupo Editorial FABET.
- Chapra, S. C. (2012). *Applied numerical methods with MATLAB for engineers and scientists*. New York -

EE.UU: Mc Graw-Hill Interamerican.

- Hernández, R., Fernández, C., & Batista, M. (2014). *Metodología de Investigación*. Mexico: Editorial Mac Graw Hill Interamericana Editores S.A.
- Kermack, W. O., & McKendrick, A. G. (2001). A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proceeding of the Royal Society London. Series A, containing papers of a mathematical and physical character*, 115(772), 700-721.
- Lamotte, J. A. (2014). *Infección del VIH/SIDA en el mundo actual*. Medisan. Centro provincial de higiene, epidemiología y microbiología. Cuba, 18(7), 117-138.
- Montesinos, O. A., & Hernandez, C. M. (2007). *Modelos matemáticos para enfermedades infecciosas*. Universidad de Colima Mexico. Salud Publica de Mexico, 218-226.
- Morales, H. (2005). *Matlab 7: Para ciencias e ingenieros con métodos numéricos y visualización gráfica*. Lima Perú.: Grupo Editorial MEGABYTE.
- Pederson, S. (2015). *Modelos matemáticos para enfermedades contagiosas: Transmisión Infección, tratamiento*. (Tesis de Licenciatura). Argentina: Universidad de Buenos Aires.
- Pérez, C., Vásquez, P., Wolff, M., & Afani, A. (2010). *Síndrome de Inmunodeficiencia Adquirida VIH/SIDA*. *Revista Chilena de Infectología*, 27(3), 230-276.
- Perko, L. (2001). *Differential Equations and Dynamical Systems*. New York EE.UU: Springer Verlag.
- Pino, N. (2013). *Modelo matemático de la dinámica de transmisión sexual del VIH/SIDA en una población heterosexual activa en el Perú*. (Tesis de Licenciado en Matemáticas). Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima Perú: unmsm.

- Pliego, E. C. (2011). Modelos epidemiológicos de enfermedades virales infecciosas. (Tesis de Licenciatura en Matemáticas). Benemérita Universidad de Puebla. Mexico: Universidad de Puebla.
- Ríos, V. (2017). Aplicación de sistemas dinámicos no lineales a modelos matemáticos de la transmisión del VIH(SIDA) en la población heterosexual activa de la ciudad de Puerto Maldonado. (Tesis de Maestría en Matemáticas). Universidad Nacional de San Antonio de Abad Cusco . Cusco Peru.: Imprenta S.A.
- Rivera, G. F. (2015). Factores de eficiencia de tratamiento antirretrovirales relacionado con carga viral y CD4 con virus inmunodeficiencia humana del Hospital Santa Rosa.(Tesis de Maestría en Salud Pública).Universidad de Cesar Vallejo. . Puerto Maldonado Perú: UCV.
- Robles, B. (2005). El VIH una definición de la realidad. Gaceta de Antropología, 21(14).
- Sotomayor, J. (1979). Lições de Equações Diferenciais Ordinárias. Rio de Janeiro Brasil: Instituto de Matemáticas Pura y Aplicada.
- Yang , K. (2002). Basic properteis of mathematical population models . Departament of Mathematics and Statistics . Arizona State University USA.: Academic Press.