



ORGANIZACIÓN ESPACIAL DE LA RED DE CARRETERAS DE LA REGIÓN PUNO MEDIANTE LA TEORÍA DE GRAFOS

SPATIAL ORGANIZATION OF THE ROAD NETWORK OF THE PUNO REGION THROUGH THE THEORY OF GRAPHICS

Daniel-Rubén Condori-Balcón^{1,3}, Richar-Marlón Mollinedo-Chura^{2,3},
Derly Pari-Mendoza³, Rubén-Wilver Mamani-Aracayo⁴

Historia del Artículo:

Recibido: 15 de enero de 2021

Aceptado: 20 de marzo de 2021

¹ Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco, Perú.

202860@unsaac.edu.pe ORCID

² Universidad Nacional de Juliaca, Perú.

rm.mollinedoc@unaj.edu.pe ORCID

³ Universidad Nacional del Altiplano Puno, Perú.

derlypari@unap.edu.pe ORCID

⁴ Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Perú.

rmamaniarac@unsa.edu.pe ORCID

RESUMEN

La investigación tiene como principal objetivo saber cómo es que la teoría de grafos puede ayudar a organizar la red de carreteras de índole nacional y regional, ambos de la región Puno utilizando la matriz de adyacencia y accesibilidad topológica, para ello se utilizan las medidas de conectividad, accesibilidad y centralidad, el presente estudio se complementa con la integración de nodos exteriores al grafo de la región Puno, y la correlación de la red de carreteras de la región Puno y el desarrollo socioeconómico como la población y el índice de desarrollo humano (IDH). Para lo cual se denominan a las ciudades capitales de cada provincia de la región Puno, como nodos; y a las carreteras que unen dichas ciudades, se les denominan arcos.

PALABRAS CLAVE: Grafos, conectividad, accesibilidad, centralidad.

ABSTRACT

The main objective of the investigation is to know how graph theory can help organize the highways of national and regional nature, both from the Puno region using the adjacency matrix and topological accessibility measures for this connectivity, accessibility and centrality, this study is complemented by the integration of external nodes to graph the Puno region are used, and the correlation of the highways of the Puno region and socioeconomic development as population and human development index (HDI). To which are called to the capital cities of each province in the Puno region, as nodes; and the roads linking these towns are called arcs.

KEYWORDS: Graphs, connectivity, accessibility, centrality.

INTRODUCCIÓN

La región Puno está ubicado en la parte sureste del Perú, según el [INEI \(2018\)](#) Puno cuenta administrativamente con 13 provincias y 110 distritos, y su red de carreteras de índole nacional y regional es muy variado. En este trabajo de investigación se aborda una parte de la amplia teoría de grafos, y algunos índices para describir los grados de conectividad, accesibilidad y centralidad de la red de carreteras de la región Puno en dos situaciones, la red nacional y la regional que pasan por la región.

En nuestra realidad regional, al momento de ejecutar un proyecto vial de carreteras solo se analizan aspectos socioeconómicos, demográficos y la integración con las demás localidades del espacio territorial en donde se ejecuta el proyecto; es decir se aspira lograr el desarrollo, integración y mejora de costos de transporte, solo de las localidades por donde pasa la carretera. Pero hasta este momento no se ha analizado como es que la ejecución de un proyecto vial de carreteras influye en toda la estructura de la red regional de carreteras, como parte de un todo.

Por consiguiente, se pretende utilizar la teoría de grafos, no solo para organizar, describir y expresar los fenómenos espaciales del territorio de la red de carreteras de la región Puno en términos matemáticos, sino, para determinar la importancia de la reordenación espacial que la red de carreteras, ha establecido sobre su territorio en dos aspectos: la situación nacional de la red y la situación regional de la red (con los que están en proyecto, estudio y construcción), además de determinar la variación de accesibilidad y centralidad al considerar las relaciones con las provincias limítrofes con la región; y la relación (coeficiente de determinación y correlación) con el desarrollo socioeconómico: Población, Índice de Desarrollo Humano (IDH) [PNUD \(2019\)](#).

El análisis de la organización espacial de la red de carreteras de la región Puno, utilizando como herramienta la teoría de grafos, es mediante el cálculo, discusión e interpretación de índices (beta, gamma, número ciclomático, alfa, Köning, Shimmel, omega, centralidad media. etc.) y matrices (conectividad y accesibilidad topológica) para conocer los grados de accesibilidad (facilidad de acceso de un nodo a los demás), conectividad o cohesión (integración o interconexión) y centralidad (grado de influencia de un lugar central a toda la red) de la red, para hacer una comparación de la red nacional y regional de la red de carreteras de la región Puno, que como sistema espacial está conformado por los núcleos urbanos y las conexiones entre ellos, o sea, en términos topológicos, los nodos y arcos del grafo.

Los nodos están constituidos por los municipios puneños capitales de cada provincia, lo que permite incluir a la red a todos los núcleos urbanos y semiurbanos de la región; y los arcos son las carreteras asfaltadas que unen los nodos de la región, distinguiendo los de interés nacional, regional y vecinal, en esta investigación interesa solo los de interés nacional y regional.

La configuración de los espacios geográficos se puede describir y explicarse de muchas formas, pero en todas ellas, es importante el rol que desempeña las redes de carreteras que se emplazan sobre en el mismo. La herramienta utilizada es la teoría de grafos, que básicamente, propone reducir la realidad a elementos geométricos (nodos y arcos) para explicar sus propiedades topológicas.

El origen más relevante de la aplicación de esta teoría constituye el trabajo del matemático sueco Leonard Euler en 1738, a raíz del problema denominado “los puentes de Königsberg” y continuados por Kirchhoff con una aplicación a los circuitos eléctricos. Sin embargo, recién con la resolución del problema “los cuatro colores” [Dalzotto](#)

(2021) logró consolidarse como una rama de la topología en el campo de la matemática y la investigación operativa. En la actualidad, su difusión y creciente interés en campos tan diversos como la informática, electrónica, matemática, economía, geografía, ingeniería, urbanismo, sociología, psicología y administración, obedece a que proporciona algoritmos eficientes para resolver problemas en diversos campos de las ciencias.

En este sentido, pese a la visión abstracta, esta teoría es fácilmente comparable con los elementos concretos de la realidad, de hecho, sus componentes fundamentales (nodos y arcos) son factibles de relacionarlos con hechos geográficos, tales como las vías de comunicación, la hidrografía, las paradas de colectivos, las ciudades, terminales informáticas, etc. Por ende, esta teoría permite describir y explicar una red, es decir brindar un estudio morfométrico.

El análisis de la organización espacial de la red de carreteras de la región Puno, utilizando como herramienta la teoría de grafos, según [Rossen \(2004\)](#), un grafo se define como un par ordenado $G = (V; E)$, donde V es un conjunto no vacío de vértices y E es un conjunto de pares de vértices de V llamadas las aristas.

La matriz de adyacencia de un grafo finito y simple está dada por (a_{ij}) donde:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } (v_i, v_j) \in E \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

La matriz de incidencia de un grafo simple y finito está dada por (b_{ij}) donde:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si para } v_i \text{ existe una arista} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Las columnas de la matriz representan los arcos del grafo, las filas los distintos nodos.

MATERIAL Y MÉTODOS

La metodología está basada en el cálculo, discusión e interpretación de los índices de conectividad, accesibilidad y centralidad para hacer una comparación de la red nacional y regional de la red de carreteras de la región Puno.

A partir del mapa vial de la red nacional de carreteras de la región Puno (Figura 1) se elaboró el grafo correspondiente a dicha red (Figura 3), lo mismo sucedió con la inclusión de la red departamental de carreteras de la región Puno (Figura 2), logrando así, el grafo más real (Figura 4).

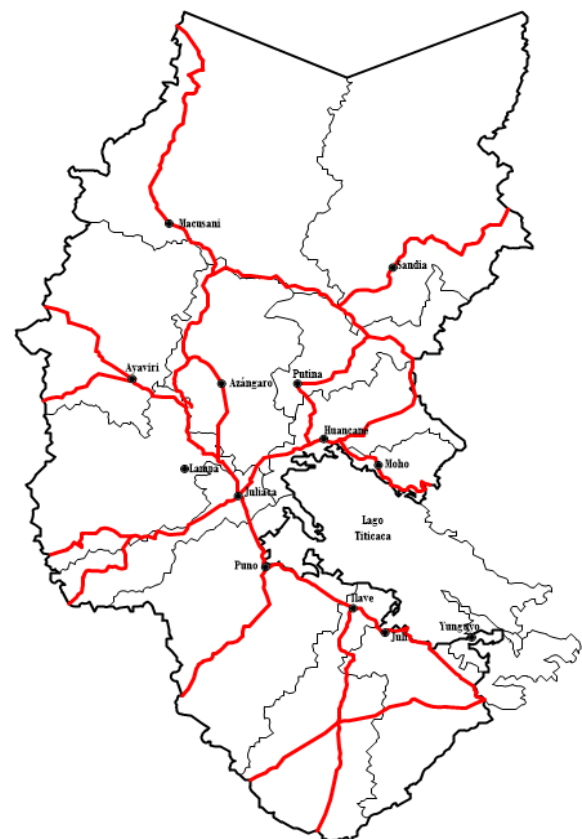


Figura 1

Mapa vial de la red nacional de carreteras.

Fuente: Ministerio de Transportes y Comunicaciones MTC Puno 2015.



Figura 2
Mapa vial de la red nacional y regional de carreteras.
Fuente: Ministerio de Transportes y Comunicaciones MTC Puno 2015.

En la Figura 2 se muestra la región Puno y su red de carreteras de tipo nacional representada por la línea de color rojo, además del tipo regional, representada por la línea de color azul, según el ministerio de transportes y comunicaciones del Perú.



Figura 3
Grafo de la red nacional de carreteras

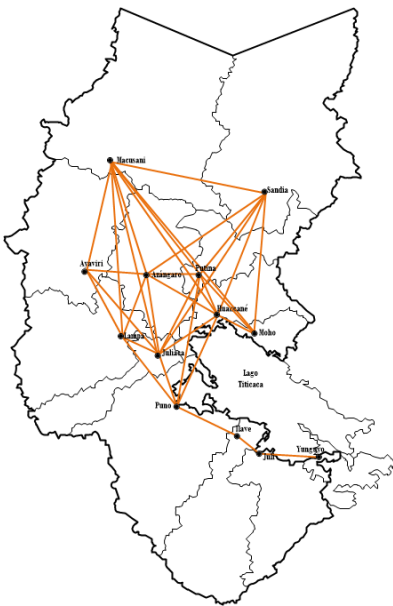


Figura 4
Grafo de la red nacional y regional de carreteras

Para cada caso se consideró como nodo a las ciudades capitales de cada provincia de la región Puno el cual se detalla a continuación:

Tabla 1
Nodos de la red de carreteras de la región Puno.

PROVINCIA	CIUDAD CAPITAL	NODO
Azángaro	Azángaro	N1
Carabaya	Macusani	N2
Chucuito	Juli	N3
El Collao	Ilave	N4
Huanacané	Huanacané	N5
Lampa	Lampa	N6
Melgar	Ayaviri	N7
Moho	Moho	N8
Puno	Puno	N9
San Antonio de Putina	Putina	N10
San Román	Juliaca	N11
Sandia	Sandia	N12
Yunguyo	Yunguyo	N13

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A partir del grafo (Figura 3) se generó la siguiente matriz de adyacencia:

Tabla 2

Matriz de adyacencia de la red nacional de carreteras de la región Puno.

Nodo	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12	N13	Grado
N1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	4
N2	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	7
N3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
N4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2
N5	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	5
N6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N7	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3
N8	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	4
N9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2
N10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	5
N11	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	7
N12	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	6
N13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL														$\frac{46}{2} = 23$

Estos nodos y arcos resultan ser un grafo no conexo, pues existe un nodo no conectado, su matriz de adyacencia, representada en la tabla 2 se muestra que hay un total de 23 arcos, que representan a las carreteras que

unen a las ciudades capitales provinciales de la región Puno.

Similarmente a partir del grafo (Figura 4) se generó la siguiente matriz de adyacencia:

Tabla 3

Matriz de adyacencia de la red nacional y regional de carreteras de la región Puno.

Nodo	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12	N13	Grado
N1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	7
N2	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	8
N3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
N4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2
N5	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	7
N6	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	5
N7	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	4
N8	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	4
N9	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	5
N10	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	7
N11	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	8
N12	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	6
N13	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
TOTAL														$\frac{66}{2} = 33$

La figura 4 muestra el grafo conexo de la red nacional y regional de carreteras, cuya matriz de adyacencia está representado en la tabla 3, similarmente a la tabla 2, se muestra que hay un total de 33 arcos, que representan a las carreteras de la red nacional y regional de la región Puno.

Medidas de conectividad

A partir de la Tabla 2 y Tabla 3, según [Seguí \(2004\)](#), se calculan los índices de conectividad alfa, beta, gamma y el número ciclomático mostradas en la Tabla 4, en donde se reflejan los resultados de los

diferentes índices, tanto a escala de la red vial nacional, como la red vial departamental y nacional en conjunto.

Tabla 4

Índices de conectividad de la red nacional y regional de carreteras de la región Puno

Tipo	Nodos (n)	Arcos (a)	$\beta = \frac{a}{n}$	$\gamma = \frac{2a}{n(n-1)}$	$\mu = a - (n-1)$	$\alpha = \frac{\mu}{2n-5}$
Red Vial Nacional	13	23	1.77	0.29	11	0.52
Red Vial Nacional y Regional	13	23	2.54	0.42	21	1

A la vista de los resultados obtenidos, se observa que en la región Puno el valor de los índices β y γ es más alto a nivel nacional y regional juntos, el cual es consecuencia a que la cohesión es más alta cuando la red sea más tupida.

número ciclomático μ , aumenta en casi al doble cuando se trata de ambas redes juntas. Gracias al índice α la red vial nacional y regional juntas es un grafo completamente relacionado, mientras que la red nacional solo lo está medianamente relacionado.

La cantidad máxima de circuitos que se pueden hallar en un grafo representada por el

Medidas de accesibilidad y centralidad

Tabla 5

Matriz de accesibilidad de la red nacional y regional de carreteras de la región Puno

Nodo	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12	N13
N1	0	1	4	3	1	1	1	2	2	1	1	1	5
N2	1	0	4	3	1	1	1	1	2	1	1	1	5
N3	4	4	0	1	3	3	4	4	2	3	3	4	1
N4	3	3	1	0	2	2	3	3	1	2	2	3	2
N5	1	1	3	2	0	2	2	1	1	1	1	1	4
N6	1	1	3	2	2	0	1	2	1	2	1	2	4
N7	1	1	4	3	2	1	0	2	2	2	1	2	5
N8	2	1	4	3	1	2	2	0	2	1	2	1	5
N9	2	2	2	1	1	1	2	2	0	1	1	2	3
N10	1	1	3	2	1	2	2	1	1	0	1	1	4
N11	1	1	3	2	1	1	1	2	1	1	0	1	4
N12	1	1	4	3	1	2	2	1	2	1	1	0	5
N13	5	5	1	2	4	4	5	5	3	4	4	5	0

A partir de la tabla 3 se ha generado la tabla 5, de la siguiente manera:

Se han reemplazado los ceros de la tabla 3 (excepto de la diagonal principal) por el número mínimo de arcos que unen a dos nodos, por ejemplo: el cero de la primera fila y la tercera columna ha sido reemplazado por

el número cuatro, esto es del nodo N1 (Azángaro) hay cuatro arcos como mínimo para llegar al nodo N3 (Juli), es decir, según la figura 4, éstos cuatro arcos son: De N1 (Azángaro) a N11 (Juliaca), de N11 (Juliaca) a N9 (Puno), de N9 (Puno) a N4 (Ilave) y finalmente de N4 (Ilave) a N3 (Juli). Esto significa la accesibilidad a cada ciudad

mediante las carreteras de la red nacional y regional de la región Puno.

Tabla 6

Índices de accesibilidad y centralidad.

Nodo	Köning	Shimbel	Long. Media	Acces. Top. Rel.	Centralidad Vértice
N1	5	23	1,77	14,29	1,92
N2	5	22	1,69	10,71	1,83
N3	4	36	2,77	60,71	3
N4	3	27	2,08	28,57	2,25
N5	4	20	1,54	3,57	1,67
N6	4	22	1,69	10,71	1,83
N7	5	26	2	25	2,17
N8	5	26	2	25	2,17
N9	3	20	1,54	3,57	1,67
N10	4	20	1,54	3,57	1,67
N11	4	19	1,46	0	1,58
N12	5	24	1,85	17,86	2
N13	5	27	3,62	100	3,92

Esta tabla ha sido generada a partir de la tabla 5, así pues, se ha calculado el número de Köning, Martellato (1995), resultando que los nodos Puno (3) e Ilave (3) son las más accesibles seguidas por Juli (4), Huancané (4), Lampa (6), Putina (4) y Juliaca (4).

El índice de Shimbel o accesibilidad, Martellato (1995), absoluta presenta la ventaja, respecto al anterior, de obtenerse en función de todos los nodos del grafo, por lo que ofrece resultados más precisos y fiables, resultando que, el nodo de mayor accesibilidad absoluta es Juliaca (19), en cambio Yunguyo (47) es la peor accesibilidad.

Por otra parte, la longitud media de la vía no modifica la jerarquía anterior, pero si es interesante el resultado de la accesibilidad topológica relativa, pues indica que el nodo central es la mayor accesibilidad, en este caso es Juliaca que coincide con el cero, y mientras más alejado del centro menor accesibilidad, en este caso Yunguyo (100). La centralidad espacial media, obtenida a partir del índice de Shimbel, posibilita

conocer la posición de los nodos en el grafo, el valor mínimo evidencia el nodo más central, el cual para tal caso la ciudad de Juliaca se encuentra en el centro seguida de Huancané (1,67), Puno (1,67) y Putina (1,67), y en la periferia esta Yunguyo (3,92).

Variaciones de accesibilidad y centralidad al considerar las relaciones con las provincias limítrofes.

En el grafo de la Figura 5 se muestran las relaciones de los nodos y arcos del grafo de la región Puno vinculados con el exterior de la región, esto es, se han relacionado los nodos y arcos de las provincias limítrofes que se conectan con la región Puno a través de la red nacional y regional de la región Puno.

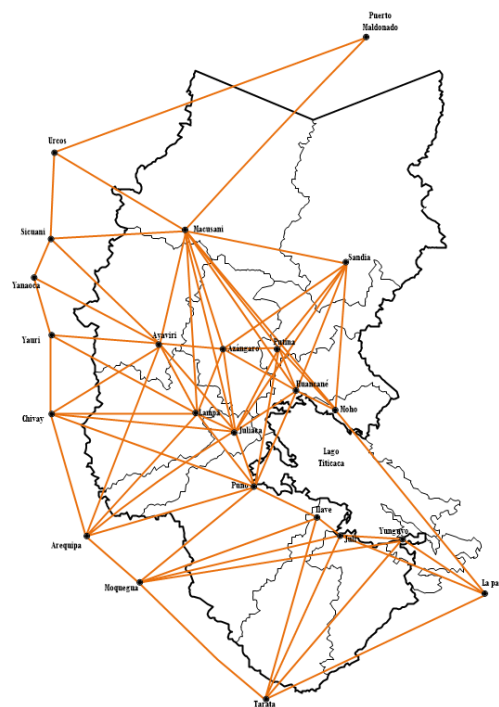


Figura 5

Grafo de la red nacional y regional de carreteras considerando las provincias limítrofes.

A partir de éste, se generó la siguiente matriz (Tabla 7):

Tabla 7

Matriz de accesibilidad de la red de carreteras de la región Puno y sus límites

Nodo	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12	N13	Köning
N1	0	1	4	3	1	1	1	2	2	1	1	1	4	4
N2	1	0	3	3	1	1	1	1	2	1	1	1	3	3
N3	4	3	0	1	3	3	3	2	2	3	3	3	1	4
N4	3	3	1	0	2	2	3	3	1	2	2	3	2	3
N5	1	1	3	2	0	2	2	1	1	1	1	1	3	3
N6	1	1	3	2	2	0	1	2	1	2	1	2	3	3
N7	1	1	3	3	2	1	0	2	2	2	1	2	3	3
N8	2	1	2	3	1	2	2	0	2	1	2	1	2	3
N9	2	2	2	1	1	1	2	2	0	1	1	2	2	2
N10	1	1	3	2	1	2	2	1	1	0	1	1	3	3
N11	1	1	3	2	1	1	1	2	1	1	0	1	3	3
N12	1	1	3	3	1	2	2	1	2	1	1	0	3	3
N13	4	3	1	2	3	3	3	2	2	3	3	3	0	4

En la tabla 7 se muestra la matriz de accesibilidad correspondiente al grafo de la figura 5 además se integra el número de Köning correspondiente a cada nodo.

A continuación, se muestra la tabla 8 de índices de accesibilidad y centralidad de la red nacional y regional de carreteras de la región Puno y sus límites y su comparación con la tabla 6, el cual se detalla a continuación:

Tabla 8

Variaciones de accesibilidad y centralidad

Nodo	Shimbel	Variación	Acces. Top. Rel.	Variación	Cent. Vértice	Variación
N1	22	-1	28,57	+14,28	1,83	-0,09
N2	19	-3	7,14	-3,57	1,58	-0,25
N3	31	-5	92,86	+32,15	2,58	-0,42
N4	27	0	64,29	+35,72	2,25	0
N5	19	-1	7,14	+3,57	1,58	-0,09
N6	21	-1	21,43	+10,72	1,75	-0,08
N7	23	-3	35,71	+10,71	1,92	-0,25
N8	21	-5	21,43	-3,57	1,75	-0,42
N9	19	-1	7,14	+3,57	1,58	-0,09
N10	19	-1	7,14	+3,57	1,58	-0,09
N11	18	-1	0	0	1,50	-0,08
N12	21	-3	21,43	+3,57	1,75	-0,25
N13	32	-15	100	0	2,67	-1,25

Al considerar las provincias limítrofes a la región Puno, el índice de Shimbel aumenta en todos los nodos siendo el más beneficiado Yunguyo (-15) seguido por Juli (-5) y Moho (-5) (índice de Shimbel), pero aun así sigue siendo el de menor accesibilidad en comparación con los demás nodos (accesibilidad topológica relativa).

Macusani y Moho mejoraron su accesibilidad (-3,57) en relación con los demás nodos,

además de que Juliaca (0) sigue siendo el centro nodo de mayor accesibilidad del grafo. En referencia a la centralidad, todos mejoraron en menor grado, a excepción de Ilave (0) que no varió, y Yunguyo (-1,25) que mejoró más que los demás nodos.

En consecuencia, la accesibilidad de los nodos mejora ligeramente, pero como un conjunto jerárquico de los nodos apenas modifican su posición, visto esto en la tabla

8 de variación de índices de accesibilidad y centralidad.

Relación de accesibilidad y el desarrollo de la región Puno

La relación entre la variable de accesibilidad con la de la población y el índice de desarrollo humano (IDH) demuestra que la red de carreteras no está relacionada de forma lineal (Fig. 6 y 7), pues la correlación de Pearson entre la accesibilidad (índice omega) y la población es $-0,29$ y con el índice de desarrollo humano (IDH) es de $-0,28$, ambos cercanos a cero.

Tabla 9

Población e IDH de la región Puno

Provincia	Ciudad Capital	Población	IDH
Azángaro	Azángaro	28240	0,4384
Carabaya	Macusani	13135	0,4052
Chucuito	Juli	19965	0,4139
El Collao	Ilave	50687	0,402
Huancané	Huancané	14774	0,4032
Lampa	Lampa	10294	0,4452
Melgar	Ayaviri	21194	0,5325
Moho	Moho	11753	0,3002
Puno	Puno	144745	0,6489
San Antonio de Putina	Putina	23482	0,3782
San Román	Juliaca	232834	0,576
Sandia	Sandia	11267	0,3677
Yunguyo	Yunguyo	23517	0,4165

Fuente: PNUD Perú 2019.

En la tabla 9 se muestra las provincias en orden alfabético de la región Puno, además de sus ciudades capitales, población de cada ciudad según el Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI 2018) y su respectivo Índice de Desarrollo Humano (IDH), según el Programa de Desarrollo de las Naciones Unidas (PNUD 2019).

Al considerar el coeficiente de determinación, la asociación de accesibilidad con la variable población es $0,09$ y con el IDH es $0,09$, este resultado argumenta que no

existe una relación lineal entre el grado de accesibilidad de la red de carreteras y el desarrollo de la región Puno.

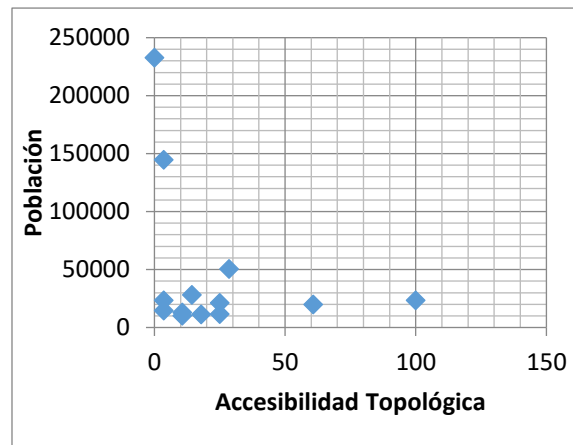


Figura 6

Accesibilidad vs Población.

En la figura 6 se muestra la relación entre la accesibilidad topológica de la red de carreteras de la región Puno mostrado en la tabla 6, y la población mostrada en la tabla 9.

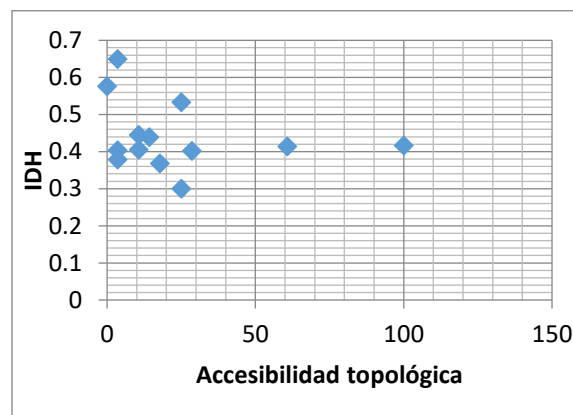


Figura 7

Accesibilidad vs IDH.

En la figura 7 se muestra la relación entre la accesibilidad topológica de la red de carreteras de la región Puno mostrado en la tabla 6, y el IDH mostrada en la tabla 9.

CONCLUSIONES

El análisis de la red de carreteras de la región Puno, mediante la aplicación de la teoría de grafos, ha puesto de manifiesto la alta

conectividad de la red cuando se considera la integración de todas las infraestructuras viarias, mientras que el grado de cohesión se reduce notablemente con la desagregación a solo la red nacional como se muestra en la tabla 4; la accesibilidad, por su parte, corrobora que los nodos más accesibles se encuentran localizados en el centro del grafo, siendo decreciente a medida que aumenta la distancia; mientras que la centralidad se refleja en torno al nodo central Juliaca, siendo la periferia sur la más desfavorable como se muestra en la tabla 6.

La integración de nodos exteriores a la región Puno en el grafo supone un ligero aumento de accesibilidad en los nodos de Yunguyo, Macusani y Moho, mientras que en la centralidad Juliaca no deja de ser claramente el centro del grafo, mientras que Yunguyo mejora más que los demás nodos en este aspecto como se muestra en la tabla 8.

La relación entre el índice de accesibilidad y las variables socioeconómicas (población e IDH) pone de manifiesto también que no existe o es casi nula el grado de correlación entre ellas como se muestra en la tabla 9 y Figuras 7 y 8.

AGRADECIMIENTO

Deseamos expresar nuestra gratitud y reconocimiento al Vicerrectorado de Investigación de la Universidad Nacional del Altiplano-Puno, por brindar las facilidades para el desarrollo de la presente investigación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Biggs, N. (1974). *Algebraic graph theory*. Cambridge University Press.
- Binimelis, J. (1989). *Evolución de la Red Viaria de la Isla de Mallorca: Aplicación Metodológica de la Teoría de Grafos*. XI Congreso Nacional de Geografía, pp.118-130, AGE, Madrid.
- Cardozo, O. (2006). *Medidas Estadísticas Aplicadas al Estudio de la Distribución Espacial de la Población*. Revista de la Facultad de Humanidades. Serie Docencia. Resistencia, Universidad Nacional del Nordeste. Argentina.
- Dalzotto, D. (2021). *Uma introducao a teoria de grafos e problemas de coloracao*. Florianópolis.
- Dirección Regional de Transportes, Comunicaciones, Vivienda y Construcción Puno. (2008). *Plan de Desarrollo Concertado a Mediano Plazo 2008-2012*
- Garrido, P. (1995). *La organización especial de la red de carreteras en Aragon: Aplicación metodológica de la teoría de grafos*. Departamento de Geografía y ordenación del territorio. Universidad de Zaragoza.
- Gillham, O. (2002). *The limitless city: A primer on the urban sprawl debate*. Washington: Island Press.
- Gobierno Nacional del Perú. Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo Humano PNUD. (2019). *Informe Anual. ONU*. Perú.
- Harary, F. (1972). *Graph Theory*, Addison Wesley.
- Instituto Nacional de Estadística e Informática (2018). *Directorio Nacional de Municipalidades Provinciales, Distritales y Centros Poblados*. Perú.
- Martellato, D., Nijkamp, P. & Reggiani, A. (1995). *Measurement and measures of network accesibility: economic perspectives*.
- Conference European Transport and Communications Networks, Espinho, Portugal.
- Ministerio de Transportes y Comunicaciones. (2017). *Resumen ejecutivo de transportes*. Gobierno Nacional del Perú.

- Ministerio de Transportes y Comunicaciones. (2017). *Plan Estratégico Multianual Sector Transportes y Comunicaciones 2012 - 2016*.
- Puchades, V., Mula, J. & Rodríguez, A. (2008). *Aplicación de la Teoría de Grafos para mejorar la planificación de rutas de trabajo de una empresa del sector de la distribución automática*. Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa, vol. 6, pp. 7-22 Universidad Pablo de Olavide Sevilla, España.
- Rosen, H. (2004). *Matemática Discreta y sus Aplicaciones*. McGraw Hill.
- Seguí P., Joana M. & Martínez M. (2004). *Geografía de los Transportes*. Palma de Mallorca: Universitat de les Illes Balears.